lipsă Nr. 4, 5, 6, 7

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XIII. No. 1–2 1 NOEMBRIE 1946

LICEUL „GH. LAZĂR" – SIBIU
8772
Biblioteca Lic. Gh. Lazăr · SIBIU
9691

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 7-3803

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XIII. No. 1—2 1 NOEMBRIE 1946

ABONAMENTUL LEI 10.000 PE AN (9 numere)

achitat până la 15 Decembrie 1946 când va fi mărit

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa:

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

PROPRIETĂŢI GEOMETRICE ALE CONICELOR

Introducere. Se numesc conice curbele care se obţin pe suprafaţa unui con, prin intersecţia lui cu un plan.

Dacă planul trece prin vârful conului, el determină prin intersecţia cu conul *un punct*, chiar vârful conului, sau o *dreaptă* când planul este tangent conului, sau *două drepte* concurente în vârful conului.

Dacă planul este perpendicular pe axa conului, curba de intersecţie este un cerc.

Toate aceste intersecţii sunt conice cu totul particulare. Nu ne vom ocupa de ele.

Dacă planul de intersecţie are oricare altă poziţie în afara celor trei enumărate până aici, curbele de intersecţie care se obţin sunt *elipsa*, *hiperbola* sau *parabola*. Acestea sunt conicele din ale căror proprietăţi vom trata în notele ce urmează.

Prevenim corespondenţii noştrii că toate aceste proprietăţi sunt cunoscute. Ele se găsesc tratate în culegeri de probleme sau tratate de geometrie sau geometrie analitică, devenite momentan inaccesibile din cauza condiţiilor economice.

Credem că venim în ajutorul corespondenţilor prin publicarea a unor astfel de note, care de altfel au fost prevăzute în programul nostru încă dela începutul apariţiei *Suplimentului cu Exerciţii*.

Pentru a economisi timp, spaţiu şi bani nu facem figuri pentru urmărirea expunerii. Corespondenţii vor reţine mai uşor proprietăţile pe care le expunem dacă-şi vor construi singuri figurile necesare.

Elipsa. *Definiţii.* Dacă se consideră într'un plan P cercul de centru O şi de diametru AA', proiecţiile punctelor cercului pe un plan P' ce trece prin AA' descriu conica numită elipsă.

Diametrul AA' se proiectează în adevărata mărime, se numeşte *axa mare* a elipsei şi se notează cu $2a$. Punctul O este centrul elipsei.

Diametrul cercului O, perpendicular pe AA' se proiectează după segmentul de dreaptă BB' şi se numeşte *axa mică* a elipsei şi se notează cu $2b$.

Un diametru oarecare al cercului se proiectează după o coardă care trece prin O şi care se numeşte un diametru al elipsei. Elipsa are o infinitate de diametri.

Dacă un diametru *mm'* împarte în părţi egale corzile paralele la un alt diametru *nn'* atunci cei doi diametri *mm'*, *nn'* se numesc *diametri conjugaţi*. Se spune că *mm'* este *direcţia conjugată diametrului nn'* sau *nn'* este *direcţia conjugată diametrului mm'*.

Fie φ unghiul pe care-l face pe planul P al cercului O cu planul P' al elipsei şi M' un punct pe cerc, punct care se proiectează în M pe planul elipsei. Dacă se rabate planul P peste planul PP' în jurul lui AA', atunci M'M se rabate în adevărata mărime având direcţia perpendiculară pe axa AA' pe care o întâlneşte în N. Lungimea MN este proiecţia pe planul elipsei a lungimei M'N din spaţiu şi conform teoremei proiecţiilor avem

$$MN = M'N \cos \varphi \qquad (1)$$

Dacă considerăm pe M' în extremitatea diametrului perpendicular pe AA' atunci M vine în B iar N în O şi avem

$$BO = M'O \cos \varphi$$

Dar am notat la început

$$M'O = OA = a \quad \text{şi} \quad BO = b.$$

aşa că (1) devine

$$b = a \cos \varphi \quad \therefore \quad \cos \varphi = \frac{b}{a}$$

deci

$$MN = \frac{b}{a} M'N \qquad (2)$$

Cercul de diametru AA' se numeşte *cercul principal al elipsei.*

Relaţia (2) defineşte raportul între distanţa unui punct M' de pe cercul principal la axa mare AA' şi distanţa la aceeaşi axă a proiecţiei M a lui pe planul elipsei. Punctele M şi M' se corespund, şi se află de *aceeaşi parte a planului* elipsei faţă de axa AA'.

Relaţia (2) mai arată cum se pot construi puncte de ale elipsei cunoscând lungimile a şi b.

Pe axa AA' se iau punctele F, F' simetrice faţă de O. Dacă distanţa FF' este definită de relaţia

$$FF' = c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

punctele F, F' se numesc focarele elipsei şi se bucură de proprietatea că

$$MF + MF' = 2a$$

oricare ar fi punctul M pe elipsă.

Distanţa

$$FF' = c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

se numeşte *distanţa focară* a elipsei.

Dreptele Δ, Δ' perpendiculare pe axa AA' la distanţele $\pm \frac{a^2}{c}$ de O se numesc *directoarele elipsei,* Δ este directoarea corespunzătoare focarului F iar Δ' este directoarea corespunzătoare focarului F'.

Proprietatea caracteristică a directoarelor este că *raportul distanţelor unui punct* M *de pe elipsă la focar şi directoarea corespunzătoare* este *constant şi egal cu* $\frac{c}{a}$.

Aceste definiţii sunt suficiente pentru a putea urmări demonstrarea proprietăţilor geometrice pe care le vom expune în numerele următoare.

G-L GH. B.

ACTIVITATEA CORESPONDENȚILOR

Menționăm activitatea corespondenților la S. E. G. M., cari s'au distins prin cea mai bogată activitate desfășurată în anul școlar 1945—46 [1] așa cum se desprinde din paginele volumului XII.

Clasa a IV-a: RISTEA G. G. (59 [2], Liceul Matei Basarab, București); BĂGHINĂ V. V. (38, Liceul Armatei Craiova); VLAD I. T. (38, idem); CRISTESCU SMARANDA (30, Școala Centrală, București); MALCOCI S. I. (30, Liceul Armatei Craiova).

Clasa a V-a: CERNESCU A. P. (129, Colegiul Național, Predeal); MIHĂLCIOIU M. (71, Liceul Armatei, Craiova); NEDELCU MARIANA (51, Liceul Aurel Vlaicu, București); VASILIU M. (51, Liceul Armatei, Craiova); CORCIOVEI I. A. (47, Liceul Voievodul Mihai, București); TRIPȘA AURICA (44, Liceul Brașov); GEORGIAN N. N. (42, Colegiul Predeal).

Clasa a VI-a: TEODORESCU P. P. (247, Liceul Matei Basarab, București); DODU A. E. (152, Liceul Mihai Viteazu, București); IOSIFESCU G. M. (140, Liceul Ploești); CERNESCU A. N. (99, Colegiul Național, Predeal); CORDUNEANU C. C. (98, idem); MUNTEANU T. I. (76, idem); POPESCU L. I. (49, idem); ROȘU V. C. (49, idem); DIACONU G. V. (47, idem); VOICU C. A. (46, Liceul Ploești); GROSS A. T. (45, Liceul Beius); ENESCU G. G. (45, Liceul Mihai Viteazu, București); CONSTANTINESCU G. V. (43, Liceul Slatina).

Clasa a VII-a: HARET SP. R. (124, Liceul Francez, București); DONEAUD E. A. (81, Liceul Titu Maiorescu, București); GRIGORIU A. MARIETA (59, Liceul Domnița Ileana, București); PISANCA N. I. (58, Liceul Timișoara); NEUHAUSER D. (45, Liceul Câmpina); IOAN A. ANGELA (42, Liceul Regina Maria, București); NICULESCU C. I. (42, Liceul Armatei Craiova); GHERLAN V. (41, Liceul Beiuș); NICA SPERANȚA (41, Liceul Domnița Ileana, București); VASILIU E. D. (41, Liceul Mihai Viteazu, București); CHIRILĂ A. R. (40, Liceul G. Lazăr, București).

Clasa a VIII-a: NOVAC I. I. (64, Liceul Brăila); CONSTANTINESCU R. M. (63, Liceul Ploești); MANOLESCU V. G. (59, Liceul

1) Numerele 2—9 anul XII și 1 anul XIII.

2) Numărul de probleme publicate ca rezolvate; cele însemnate cu asterisc au fost socotite dublu.

Brăila); MORAITE G. A. (51, particular, Bucureşti); ATANASIU C. M. (50, Colegiul Sf. Sava, Bucureşti); RAGNO L. LAURA (50, Liceul de Fete, Brăila).

CONCURSUL „GAZETEI MATEMATICE" DIN 1947*)

1. Societatea *Gazeta Matematică*, în Adunarea generală dela 26 August 1946, a hotărît să se ţină în anul 1947 concursul tradiţional, între elevii liceelor din întreaga ţară din clasele IV, V, VI, VII şi VIII.

Concursul va avea loc în ultimele zile ale vacanţei de Paşte. Data şi locul ţinerii concursului se va anunţa în numărul 6 din Februarie 1947 al revistei *Gazeta Matematică*, când se va publica şi numele candidaţilor admişi la concurs **).

2. Inscrierea la concurs se va face *numai* prin cerere individuală, *scrisă personal* de candidat şi primită la Societatea *Gazeta Matematică*, Calea Griviţei 158, Bucureşti, până la ora 12 în ziua de 18 Ianuarie 1947.

Nu se primesc cereri scrise şi trimise de părinţi, rude, cunoştinţe, profesori sau şcoli.

3. In cerere candidatul va arăta pe puncte în ordinea următoare:

a) Numele de familie, numele de botez.

b) Şcoala şi clasa în care urmează. Cei pregătiţi în particular vor arăta şcoala la care au urmat în anul precedent sau la care au depus examenul pentru clasa precedentă.

c) Adresa personală: în timpul şcoalei şi în timpul vacanţei de Paşte.

d) Dacă dispune sau nu de mijloace de a veni la Bucureşti, dacă are sau nu unde fi găzduit şi întreţinut în timpul concursului.

Cei cari au nevoie de bani pentru transport vor indica gara de plecare spre Bucureşti şi pe cea de înapoiere dela Bucureşti.

*) Această comunicare a apărut în Nr. 1. Vol. LII al *Gazetei Matematice*.

**) Se vor publica deasemenea în numărul de Martie al Suplimentului.

e) Activitatea dela *Gazeta Matematică* şi *Suplimentul Gazetei Matematice* indicând numerele de ordine ale problemelor şi exerciţiilor rezolvate sau menţionate.

4. Candidaţii admişi pentru concurs, dar care din diferite motive nu vor putea sau nu vor mai voi să vină la concurs, sunt obligaţi să anunţe în scris şi din timp societatea.

5. Părăsirea sălilor de concurs este interzisă înainte de a preda lucrarea scrisă.

6. Candidaţii reuşiţi la concurs vor primi diplome şi premii sau menţiuni. Primul reuşit va primi şi premiul « LT.-COL. G. TĂNĂSESCU » constând din cărţi.

DELEGAŢIA SOCIETĂŢII „GAZETA MATEMATICĂ".

PROGRAMA ANALITICĂ

HOTĂRÎTĂ PENTRU CONCURSUL « GAZETEI MATEMATICE » DIN ANUL 1947

Publicăm în cele ce urmează programul concursului *Gazetei Matematice* şi materiile la care vor fi examinaţi candidaţii.

1. *Probele de examen.* Candidaţii la concurs vor da câte o probă scrisă şi o probă orală la materiile prevăzute pentru fiecare clasă şi anume:

Clasa a IV-a: Algebra şi geometria.

Clasa a V-a: Algebra şi geometria.

Clasa a VI-a: Geometria şi trigonometria.

Clasa a VII-a: Algebra şi geometria descriptivă.

Clasa a VIII-a: Algebra obligator şi la alegere Geometria Analitică sau Mecanica.

2. Nu se admite candidaţilor nicio scuză pentru nepregătirea unora din capitolele trecute în programa analitică a concursului.

Programa analitică a materiei pentru concurs este după cum urmează:

La fiecare materie şi pentru fiecare clasă, programa complectă a clasei respective.

Această materie se găseşte expusă în manualele uzuale ale elevilor.

In plus se cere:

Clasa a V-a: *Algebră.* Regulile de divizibilitate cu 2, 4, 8, 3, 9 şi 5. Cel mai mare codivizor comun şi cel mai mic comultiplu comun al mai multor numere.

Progresii aritmetice şi geometrice.

Transformarea fracţiilor ordinare, în fracţii zecimale. Fracţii periodice.

Geometria. Puncte remarcabile ale triunghiului. Ortocentru, centru cercului circumscris, centrele cercurilor înscrise şi exînscrise, centru de greutate. Cercul celor nouă puncte. Dreapta lui SIMSON.

Teorema lui PTOLOMEU.

Translaţii. Rotaţii. Simetrii. Omoteţii. Figuri direct şi invers egale. Figuri direct şi invers asemenea.

Clasa a VI-a: *Geometria.* Complimente de geometrie plană. Raport anarmonic. Transversale. Teoremele lui CEVA şi MENELAUS. Patrulater complect.

Pol şi polară la cerc. Ax radical. Fascicol liniar de cercuri. Cercuri ortogonale.

Proprietăţi generale ale transformării prin inversiune. Teorema lui FEUERBACH.

Clasa a VII-a: *Geometria descriptivă.* Metode:

Schimbarea planelor de proiecţie. Rotaţie. Rabatere.

Determinarea adevăratei mărimi a elementelor unei figuri geometrice. Distanţa dintre două puncte. Distanţa dela un punct la un plan. Unghiul a două drepte, a unei drepte cu un plan, a două plane.

Clasa a VIII-a: *Algebra.* Numere complexe. Operaţiuni cu aceste numere. Formula lui MOIVRE. Ecuaţiuni binoame. Eliminare.

Geometria analitică. Tangente duse dintr'un punct la cerc. Pol şi polară la cerc. Fascicol liniar de cercuri.

Tangente duse dintr'un punct la elipsă, hiperbolă şi parabolă.

Cercuri directoare şi cerc principal.

Pol şi polară la aceleaşi conice.

Diametrii conjugaţi. Teoremele lui APOLLONIUS.

Consideraţiuni geometrice relativ la conice.

Mecanica. A) Statica. Echilibrul corpurilor supuse la legături: simplă rezemare, prindere cu fire. Frecarea de alunecare. Echilibrul

corpurilor ţinând seama de frecare. Maşini simple: pârghii, plan înclinat, balanţe şi cântare, scripeţi, şurub.

B) Cinematica. Mişcare relativă, mişcare absolută. Compunerea oscilatorie armonică.

C) Dinamica. Principiile Mecanicei. Energia cinetică. Relaţia dintre energia cinetică şi lucru mecanic. Unităţi de măsură: sistemul tehnic, sistemul c. g. s. Omogeneitate.

DELEGAŢIA SOCIETĂŢII „GAZETA MATEMATICĂ".

EXERCIŢII REZOLVATE

Clasa a V-a. *Exerc. 918. Dacă într'un triunghiu* ABC, *medianele vârfurilor* A, B *sunt perpendiculare, există relaţia*

$$5\,\overline{AB}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{CB}^2$$

C. I. B.

Se ţine seama de formulele care dau lungimile medianelor AA', BB'

$$\overline{AA'}^2 = \frac{1}{4}(2\,\overline{AB}^2 + 2\,\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2)$$

$$\overline{BB'}^2 = \frac{1}{4}(2\,\overline{AB}^2 = 2\,\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2).$$

Deci

$$\overline{AA'}^2 + \overline{BB'}^2 = \frac{1}{4}(4\,\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2)$$

şi dacă G este centrul de greutate al triunghiului,

$$\left(\frac{3}{2}\,\overline{AG}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\,\overline{BG}\right)^2 \frac{1}{4}(4\,\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2) \quad \therefore$$

$$9\,(\overline{AG}^2 + \overline{BG}^2) = (4\,\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2).$$

Dar triunghiul ABC fiind dreptunghiu.

$$\overline{AG}^2 + \overline{BG}^2 = \overline{AB}^2.$$

Deci

$$9\,\overline{AB}^2 = 4\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

sau

$$5\,\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2.$$

Clasa a VIII-a. *Exerc. 814. Fie dat polinomul*

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_n.$$

Să se găsească condiţiile ca în polinomul $P(x+h)$ *să lipsească termenii în* x^{n-1}, x^{n-2} *şi* x^{n-3}.

N. M.

După formula Taylor

$$P(x+b) = \sum_0^n \frac{x^k}{k!} P^{(k)}(h)$$

trebue să avem

$$P^{(n-1)}(h) = P^{(n-2)}(h) = P^{(n-3)}(h) = 0$$

dar

$$P^{(n-k)}(x) = \frac{a_0\, n!}{k!} x^k + \frac{a_1 (n-1)!}{(k-1)!} x^{k-1} + \frac{a_2 (n-2)!}{(k-2)!} x^{k-2} + \ldots$$

făcând $x = h$, $k = 1, 2, 3$, anulând şi simplificând, obţinem condiţiile

$$n h a_0 + a_1 = 0$$

$$\frac{n(n-1)}{2} h^2 a_0 + (n-1) h a_1 + a_2 = 0$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} h^3 a_0 + \frac{(n-1)(n-2)}{2!} h^2 a_1 + (n-2) h a_2 + a_3 = 0$$

de unde

$$a_1 = -nh a_0,\quad a_2 = -\frac{n-1}{2} h a_1,\quad a_3 = -\frac{n-2}{3} h a_2.$$

Până la 1 Octombrie 1946 s'au primit soluții bune la exercițiile publicate în numerele 6—9 dela*):

Liceul „Moise Nicoară", Arad.

Clasa a IV-a: Munteanu M. (IV: 763, 4, 6, 7).
Clasa a VII-a: Brădeanu S. P. (VII: 905, 9, 10, E. G.: 759, 60).

Liceul „Samuil Vulcan", Beiuș.

Clasa a V-a: Rusu I. V. (V: 919).
Clasa a VI-a: Ardelean G. G. (VI: 938, 41, 3), Gross A. T. (VI: 938, 41, 2, 50, 1, 2*, 4*, 5*, 60, 1).
Clasa a VII-a: Codreanu A. Z. (VII: 904, 9, 10).

Liceul de fete, Brăila.

Clasa a VIII-a: Ragno L. Laura (VIII: 813, 7).

Liceul „N. Bălcescu", Brăila.

Clasa a VII-a: Bonea D. A. (VII: 903, 7, 8, 16), Hașeganu A. (VII: 905, 7, 8).
Clasa a VIII-a: Mateescu P. G. VIII: 812, 3, 7, 8, 9, E. G.: 750), Novac I. I. (VIII: 821, 2, 3, 4*, 5*, 8, 9, 31, 6, 7, 8*, 9, 43*, E. G.: 748, 56, 60).

Liceul de fete „Regina Maria", București.

Clasa a IV-a: Mayer A. Gabriela (IV: 771).
Clasa a VII-a: Ioan A. Angela (VII: 904, 6, 10*, 6).

Liceul de fete „Carmen-Sylva", București.

Clasa a VII-a: Maxim N. Magdalena (VII: 897, 905, 6*, 8*, 9, 12, 6, 7, 8).

Școala Centrală de fete, București.

Clasa a IV-a: Cristescu I. Smaranda (IV: 759*, 60, 2, 3*, 4*, 5*, 6, V: 914), Petcu A. Lucia (IV: 773, 4, 5*, V: 929, 30).
Clasa a VII-a: Dumitrescu I. Aurelia (VII: 903).
Clasa a VIII-a: Dumitrescu Simona (VIII: 813, 6, 7, 9, E. G.: 750).

Liceul „Domnița Ileana", București.

Clasa a VII-a: Grigoriu A. Marieta (VII: 908*, 9, 12, 7, 8, 28*).

Liceul de fete „Aurel Vlaicu", București.

Clasa a V-a: Nedelcu Mariana (V: 920*, 5, 6).

---

*) Semnul *) însoțește numărul unui exercițiu foarte bine rezolvat și foarte îngrijit redijat.

Liceul Ortodox „Zoe Romniceanu", Bucureşti.

Clasa a V-a: Sinadinovici Blaga (V: 909, 10).

Colegiul Naţional „Sf. Sava", Bucureşti.

Clasa a VII-a: Bănescu A. A. (VII: 905, 9, 10), Ciurileanu R. (VII: 905, 8, 10), Filionescu Gh. (VII: 905, 9, 10), Ionescu D. D. (VII: 910), Purica I. B. (VII: 905), Vătui M. (VII: 905, 9, 10).

Liceul „Gheorghe Lazăr", Bucureşti.

Clasa a V-a: Constantinescu G. (V: 914, 6*, 9, 20*, 1*, 2).

Clasa a VI-a: Filotti G. A. (VI: 952*, 4*, 60, 1).

Clasa a VII-a: Chirilă A. R. (VII: 899, 900, 2, 3, 5, 6, 7*, 9 10*, 2, 5*, 6, 7, 8).

Liceul „Matei Basarab", Bucureşti.

Clasa a IV-a: Răducănescu P. C. (IV: 767), Stoenescu M. Şt. (IV: 759, 62, 7).

Clasa a V-a: Păunescu S. G. (V: 921*, 4*, 5, 6, 7, 8, 9, 30).

Clasa a VI-a: Teodorescu P. P. (VI: 944*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 50, 1, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*, 60, 1, 2*, 3, VII: 895*, 6*, 8, 9, 900, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7*, 8*, 9, 10, 2, 4, 5, 6, 7, 8, VIII: 812, 3, 4, 5, 9, 20, 3, 8*, 9, 36, 7, E. G.: 752, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 60, 1, 3, 4, 5).

Clasa a VII-a: Schalik D. T. (VII: 908, 12, 6, 7).

Clasa a VIII-a: Matei G. A. (VIII: 834).

Liceul „Mihai Viteazul", Bucureşti.

Clasa a V-a: Ionescu, L. (V: 919, 20, 1*).

Clasa a VI-a: Andrei A. C. (VI: 934, 5*, 42, VII: 892, 3, 4, 7, E. G.: 760), Dodu A. E. (VI: 941, 2, 4*, 6*, 7, 8, 9*, 50, 1, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 60, 1, VII: 902, 5, 6, 7*, 8*, 9, E. G.: 758, 9, 60), Enescu G. G. (VI: 935*, 9*, 41, 4*, 50, 1, 2*, 3*, 6*, 9*, 60, 1, 2*), Petcu A. V. (VI: 950, 1, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 8*, 60, 1).

Clasa a VII-a: Dănescu G. A. (VII: 891, 2, 3, 4, 7, 900, 2, 3*, 5, 7*, 8*, 9, VIII: 821, 2), Vasiliu E. D. (VII: 892, 903, 5).

Liceul „Titu Maiorescu", Bucureşti.

Clasa a IV-a: Hangan M. T. (IV: 761).

Clasa a VI-a: Bucur A. N. (VI: 950, 1, 60, 1, VII: 905, 7*, 16).

Clasa a VII-a: Doneaud E. A. (VII: 899, 900, 3, 4, 5, 6, 8*, 9, 12, 4, 5, 6, 7, 8, VIII: 819, 23, 8*, E. G.: 747, 8, 50, 9, 60). Stoica T. M. (VII: 917).

Liceul „Marele Voevod Mihai", Bucureşti.

Clasa a V-a: Corciovei I. A. (V: 919, 20, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 30).

Liceul „Cantemir-Vodă", Bucureşti.

Clasa a IV-a: Dracomir I. A. (IV: 759, 62, 6, V: 909, 14, 8).

Liceul „Aurel Vlaicu", Bucureşti.

Clasa a V-a: Muşat St. I. (V: 919, 20, 1*, 2*, 30, VI: 947).
Clasa a VIII-a: Marinescu A. M. (VIII: 828*, 9, 31, 4, 5).

Liceul Francez, Bucureşti.

Classe de première; Haret Sp. R. (VII: 902, VIII: 812, 3, 5, 7, 9, 36, 7, E. G.: 746, 7, 8, 9, 63).

Institutul „Schewitz-Thierrin", Bucureşti

Clasa a VII-a: Caliga A. (VII: 899, 903, 5, 7).

Liceul „Sf. Iosif", Bucureşti.

Clasa a IV-a: Dillinger G. G. (IV: 764*, 5*).

Liceul „Barbu Delavrancea", Bucureşti.

Clasa a III-a: Weinrich G. G. (III: 308, 10).

Liceul de Construcţii Civile şi Edilitare, Bucureşti.

Clasa a V-a: Bărdescu I. (V: 926, 7), Stefcu G. (V: 925, 6, 7, 30).

Liceul „Cultura" Nr. 2, Bucureşti.

Clasa a VI-a: Friedman A. T. (VI: 936).

Liceul „Cultura" Nr. 3, Bucureşti.

Clasa a IV-a: Leibovici S. (IV: 780).

Liceul Internat, Buftea.

Clasa a V-a: Tănăscu C. M. (V: 920, 5, 8, 9, 30).

Liceul „B. P. Hasdeu", Buzău.

Clasa a VII-a: Stănilă D. G. (VII: 905, 6, 8, 9, 10, 2, 4, 6, 7, 8, VIII: 823, E. G.: 760).

Liceul „Ştirbei-Vodă", Călăraşi, Ialomiţa.

Clasa a IV-a: Dima N. D. (IV: 764, 5, 6).
Clasa a VII-a: Ispasiu M. M. (VII: 905*, 6*, 7*, 8*, 9*, 10*), Ionescu Isac C. (VII: 891, 7, E. G.: 747).

Liceul „D. B. Ştirbey", Câmpina.

Clasa a VII-a: Boabeş D. H. (VII: 905, 7, 8, 9, 10), Neuhauser V. I. (VII: 905*, 7*, 8*, 9*, 10*).

Liceul de fete, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VII-a: COSTENCU EMILIA (VII : 905*).

Liceul „Dinicu Golescu", Câmpulung-Muscel.

Clasa a V-a: BIVOLARU L. (V : 914, 9, 23).

Liceul Militar, Câmpulung-Muscel.

Clasa a VII-a: DIACONU GH. (VII : 900, 7), MATEI M. I. (VII : 891, 3, 4, 7, 900, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, E. G.: 747, 50, 1, 3, 4, 5, VIII : 829), PARASCHIVESCU C. M. (VII : 909), VLAD M. (VII : 900, 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10

Liceul „Ioniță Assan", Caracal.

Clasa a V-a: OBRETIN G. C. (V : 914, 5*, 6, 8, 9, 20, 2).

Gimnaziul „A. Mocioni", Ciacova.

Clasa a III-a: GHENESCU ECATERINA (III : 300).

Liceul „G. Barițiu", Cluj.

Clasa a V-a: FODOREAN D. L. (V : 919, 20).
Clasa a VII-a: CORĂBIANU C. G. (VII : 899, 900, 821, 2), RÂMBOIU N. S. (VII : 900, 1, 4, 5, 7, 8, 9, 10. VIII : 821, 2, 31. F. G.: 751, 2, 3*, 60), STOICA V. V. (VII : 899, 900, 1, 3, 4. VIII : 821, 2), SZEKELY L. G. (VII : 899, 900, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10. VIII : 834. E. G.: 760*), TURBUȚIU G. G. (VII : 900, 3), URCAN P. A. (VII : 899, 900*. VIII : 821, 2).

Liceul de fete Doamna Stanca, Cluj.

Clasa a VII-a: SCURTU I. ROZALIA (VII : 905, 7, 8, 9, 10).

Liceul de fete „Principesa Ileana", Cluj.

Clasa a V-a: MOLDOVAN I. MARIA (V : 915, 9).
Clasa a VIII-a: SANDOVICI PROFIRA (V : 823, 4; 5, 6, 8, 9).

Seminarul Pedagogic Universitar Cluj.

Clasa a V-a: CRISTOLOVEANU I. D. (V : 914, 5*).

Seminarul Pedagogic Universitar Maghiar, Cluj.

Clasa a V-a: LADISLAU L. D. (V : 914, 5, 6), GERGELY I. I. (V : 914, 5, 6), FÜSY I. I. (V : 914, 5), SZABÒ A. A. (V : 914, 5, 6).

Colegiul Național „Carol I", Craiova.

Clasa a VII-a: VOINEA D. M. (VII : 907).

Liceul de Fete „Regina Elisabeta", Craiova.

Clasa a III-a: ROBU I. ANGELA (III : 309, 10, 2, 3, 4).
Clasa a IV-a: POPESCU I. DOMNICA (IV : 767, V : 919, 20).

Liceul Armatei „D. A. Sturdza", Craiova.

Clasa a III-a: Andrei A. Ş. (III: 303, 5, 9, 10), Athanasiu V. I. (III: 303, 5), Brătescu V. I. (III: 303), Cioroianu L. (III: 303, 5, 7, 9, 10), Comănescu G. (III: 309), Constantinescu I. L. (III: 303, 5, 9, 10), Dăscăleţa V. (III: 303), Dumitrescu C. M. (III: 303, 5, 9), Drăghici P. A. III: 303), Filimon G. P. (III: 303, 5, 9, 10), Florescu V. E. (III: 306, 7, 9, 10), Gheonea M. (III: 303, 4, 5, 9, 10), Ghindă C. (III: 303, 9), Ghiţă V. E. (III: 303, 5), Gioară M. (III; 303), Ionescu R. (III: 303, 9, 10), Ionescu I. A. (III: 303, 5, 7. 9, 10), Iliescu D, I. (III: 303, 5), Jurescu L. (III: 303, 5, 9, 10), Lupescu A. R. (III: 305), Marcu V. N. (III: 303, 5, 6, 9, 10), Mircea I. C. (III: 303, 5), Mocănescu I. V. (III: 303), Neicu A. M. (III: 303, 9), Nuţică G. S. (III: 303, 5), Osaci G. (III: 303, 9, 10), Piţurea N. I. (III: 303, 5), Prunoiu F. C. (III: 303, 5), Sechely D. I. (III: 303, 5), Semen I. I. (III: 310), Sincu I. I. (III: 303, 5, 9, 10), Stan G. M. (III: 303, 5), Stănescu E. (III: 303, 5, 9), Trancă G. M. (III: 303).

Clasa a IV-a: Băjlină V. (IV: 759, 60, 1, 2*, 3, 4, 5, 6*, 7, 8*, 9, 80, V: 909, 14*, 23, E. G.: 750*), Barbu I. E. (IV: 759, 60, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 80, V: 909, 14), Benioc G. S. (IV: 759, 60, 6, 7), Ciucă I. M. (IV: 760, 3, 7, 8, V: 914), Cumpănaşu I. (IV: 759, 60, 1, 4, 7. 8, V: 914), Cupeş D. M. (IV: 759, 60, 8), Drăgan I. (IV: 759, 60, 1, 4, 7, 8), Dragostin I. (IV: 768), Elegan M. (IV: 767, 8), Enache G. (IV: 767), Filipoiu G. M. (IV: 767, 9), Haloiu L. P. (IV: 766), Ionescu N. V. (IV: 759, 60, 1, 3, 4, 6, 7, V: 914), Malcoci S. I. (IV: 760*, 1, 2*, 3, 4*, 6*, 7, 8*, V: 914*, E. G.: 750*), Micu I. (IV: 759, 60, 2, 4, 7, 8), Mocănescu V. D. (IV: 763, 7, 8, V: 914), Moldoveanu I. N. (IV: 767, 8), Motocu A. V. (IV: 761, 4, 6, 7, 8), Negoescu G. (IV: 759, 60, 1, 4, 6, 7, 8), Niţu I. P. (IV: 764, 7, V: 914), Nuţă I. (IV: 760), Paraschiv I. E. (IV: 767), Petrescu E. G. (IV: 759, 60, 7, 8), Pogorevici T. L. (IV: 759, 60, 3, 7, 8, V: 914), Popescu I. J. (IV: 766), Păcurariu C. C. (IV: 768), Pârvulesch I. C. (IV: 767, 8, 9), Rădulescu M. C. (IV: 759, 60. 1, 4, 6, 7, 8), Rotaru C. G. (IV: 759, 60, 1, 5, 6, 7, 8, V: 913), Rotaru P. E. (IV: 768), Staicu P. F. (IV: 759, 60, 1, 2, 3, 4, 5*, 6*, 7*, 8, 9, V: 909*, 14*), Sava M. I. (IV: 764, 6, 7, 8, V: 914), Şoroaga V. D. (IV: 767, 8), Vărzaru I. E. (IV: 768, 9), Vlad I. T. (IV: 759*, 60*, 1*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, V: 914*, E. G.: 750*, 4*), Voicu S. G. (IV: 759*, 60, 1, 3*).

Clasa a V-a: Antonescu N. (V: 909, 13, 4, 8, 9, E. G.: 751, 3, 4), Băcioiu T. (V: 909, 10, 3, VIII: 812, 5*, E. G.: 746*, 7*, 8, 50), Căpraru C. I. (V: 909, 10, 4, E. G.: 747, 8, 9, 50, 1, 4), Cârstea D. (V: 914, E. G.: 753, 4), Diaconu C. G.: (V: 909, 10, 1*, 3*, 4, 5*, 6, 22*, VIII: 812, E. G.: 747*, 8, 9, 50, 1*, 3*, 4*), Dragomir I. (V: 909, 4, 8, E. G.: 746, 7, 9, 50, 3, 4), Enculescu N. (V: 909), Georgian I. (V: 914, 8*, 9, E. G.: 753, 4), Grigorescu S. (V: 914, E. G.: 749, 50), Ionescu I. M. (V: 914), Mihălcioiu M. (V: 909, 10, 1*, 3*, 4, 5, 6, 8*, 9, 20, 1, 2, VI: 932, 3, 7, 49, VII: 891, 904*, 7, VIII: 812, 5, 34, E. G.: 746*, 7*, 8*, 9, 50, 1*, 3*, 4*, 5*, 6, 7, 60), Nicola I. P. (V: 909, 14, 8*, E. G.: 747*, 50, 5), Nicolaie P. A. (V: 909), Niţă N. I. (V: 909, 14, 5, 6, 8, 9, 20, 2, 3, VIII: 834, E. G.: 747, 8, 9, 51, 3,

4, 5, 7, 8), Popescu I. E. (V : 905, 8, 14, 8, E. G.: 744, 53, 4), Ştefănescu D. S. (V: 909, VI: 932, E. G.: 746, 7, 8, 9, 50), Vasiliu M. M. (V: 909, 10, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3, VI: 933, 7 43, 9, VII: 891, 904, VIII: 812, 5, 34, E. G.: 746, 7. 9, 50, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8), Velcescu M. M. (V: 909, 10, 4, 8, E. G.: 747, 9, 50, 3, 4), Zelea Codreanu A. (V: 909, 4, E. G.: 747, 50).

Clasa a VI-a: Apostol C. I. (VI: 932, 3, 7, VIII: 815, E. G.: 750), Gămănescu P. S. (VI: 932), Piculescu I. M. (VI: 933, 4, 5, 7, E. G.: 747), Stăncescu V. (VI: 933, 4, 5).

Clasa a VII-a: Bărbulesgu A. (VII: 891, 2, 7), Boabă A. (E. G.: 747, 50), Constantinescu V. (VII: 891, 2, 901, 3, 5, 7, 8, 9, 10, VIII: 821, 22, 9, 31), Dedun V. A. (VII: 891, 2, 900, 5, 7, 9, 10, VIII: 821, 22, 34, E. G.: 747, 8, 50), Eftode M. A. (VII: 894, 7, 900, 1, 5, 6, 7, 8, 9, VIII: 815, 21, 2, 3, 29, 31, 4, 5, E. G. 746, 8, 50 1, 3, 60), Enculescu N. R. (VII: 891, E. G.: 748, 50), Ioaniţescu Gh. (VII; 891, 2, 4, 9, 900, 1, 2, 4, 7, 8, 9, 10, VIII: 821, 2, 7, E. G.: 746, 7, 8, 50), Iordache D. (VII: 891, 2, 7, 9, 907, 8, 9, 10, VIII: 821, 2, 31, 4, E. G.: 747, 8, 50), Melniciuc S. (VII: 891, 2, 900, 1, 3), Mateescu Gh. (VII: 892, E. G.: 746, 7, 50), Mitroi E. (VII: 891, 2, 7, 900, 1, 3, 5, 8, 9,10, VIII: 821, 2, 9, 31, 4, E. G.: 746, 7, 8, 50), Nicu D. A. (VII: 907, 8, 9, 10, VIII: 821, 2, 31, 4, E. G.: 746, 50, 1), Niculescu C. I. (VII: 891, 2, 4, 7, 9, 900, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, VIII: 821, 2, 9, 31, 4, 5, E. G.: 746, 7, 8, 50, 1, 3, 4), Popescu G. I. (E. G.: 747, 8), Toma C. (VII: 892, 907), Udrea C. I. (VII: 892, 4, 7, VIII: 831, 4, E. G.: 746, 7, 8, 50), Vişian G. A. (VII: 891*, 2*, 99, 900, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, VIII: 821*, 2, 7, 31, 4, E. G. 747, 8, 50, 1, 3).

Clasa a VIII-a: Balaşa M. (VIII: 806), Caracaleanu P. (VIII: 806, E. G.: 744), Cepeleanu N. (E. G.: 750), Ciocârlan S. (VIII: 813, 8, 21), Iordache V. (VIII: 815, 21, E. G.: 750), Mihalache C. (VIII: 812, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 21, 8, 34, E. G.: 746, 7, 8, 9, 50), Micoş V. (VIII: 815, 21), Pergea I. F. (VIII: 821, 2, 3, 7, E. G.: 751, 3, 5), Stanciu V. (VIII: 812, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 21, 7, E. G.: 746, 7, 8, 9, 50), Stănică I. V. (VIII: 803, 34).

Liceul „Decebal", Deva.

Clasa a VI-a: Vălăuţă M. (VI: 944, 6, VIII; 834).

Liceul „Brătianu", Drăgăşani

Clasa a V-a: Andreescu G. V. (V: 904, 9), Stavinschi M. V. (V 909).

Liceul Internat „C. Negruzzi", Iaşi.

Clasa a V-a: Ilişescu N. N. (V: 914, 5, 9, 20).

Liceul „Petru Rareş", Piatra-Neamţ.

Clasa a VI-a: Agapie V. (VI: 945, VIII: 828, 34), Almaşanu I. L. (VI: 950, 1, 4, 5), Mali I. A. (VI: 950, 1, 4*, 5).

Liceul „I. C. Brătianu", Piteşti.

Clasa a VII-a: Atanasescu V. (VII: 905).
Clasa a VIII-a: Bărbulescu C. V. (VIII: 828, 34).

Liceul de fete „Despina Doamna", Ploieşti.

Clasa a III-a: Athanasiu A. Rodica Carmen (III: 312, 3), Căluşită Mioara (III: 304, 9, 10, IV: 767, 9, 80).
Clasa a VII-a: Athanasiu A. Alice (VII: 907).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel", Ploieşti.

Clasa a V-a: Moţoi R. (V: 914, 6, 20, 3), Senţenai N. Al. (V: 914, 5, 6).
Clasa a VI-a: Zadrafcu M. (VI: 953, 6, 7, 9, 60).
Clasa a VIII-a: Constantirescu R. M. (VIII: 795, 8, 800, 1, 3*, 4, 6, 7, 8, 9, 11*, 2, 3, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3, 6*, 8*, 9, 30, 1, 2, 3, 4, 5, E. G.: 736, 7, 8, 9, 42, 3, 6, 7, 8, 50, 1*, 3, 4, 5, 9).

Colegiul Naţional „N. Filipescu", Predeal.

Clasa a II-a: Furtunescu M. D. (III: 309).
Clasa a III-a: Dabija F. E. (IV: 766, V: 917, 8), Drăghicescu D. (IV: 766, V: 917, 8*), Gaiu N. L. (III: 310*), Gheorghiu V. (IV: 766, V: 917, 8).
Clasa a IV-a: Amohnoaie A. E. (IV: 763, 4, 5, 6, 7, 8, 80), Gheorghe I. P. (IV: 763, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 80*), Iordache I. N. (IV: 765), Isvencianu D. (IV: 765), Pătrăniche A. N. (IV: 763, 4, 6, 8, 80), Şerbu C. C. (VI: 936), Sulica Al. Al. (IV: 759, 60, 1, 2, 6, V: 910, 7, 8*, VI: 943), Teodorescu D. Fl. (IV: 764, 5, 7, 8), Turcon P. (IV: 764, 5, 6), Zamfir Gh. (IV: 766, 7, 8, 80).
Clasa a V-a: Cernescu A. P. (V: 914, 5, 6*, 7*, 9*, 20*, 1, 2*, 3*, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 30, 1, 2*, 3*, 4*, VI: 947, 8, 9*, 50, 1, 2, 4, 5, 6*, 7, 8, 9, 60, 1, VII: 904*, 12, 4, 6, 7, VIII: 834, E. G.: 751, 3, 4, 5, 6, 60), Georgescu B. Cr. (V: 914, E. G.: 750), Georgian N. N. (V: 924, 5, 6, 7*, 8, 9, 30), Grigoriu D. (V: 914, 5, 8, 9, 20, 2*, E. G.: 747, 50, 1, 3), Marcu D. V. (E. G.: 754), Opriţoiu I. C. (V: 914, 6, 9, 20, 2), Rizan V. V. (V: 914, 5, 6, 8, 9, 20, 2, E. G.: 750, 3), Sârbu N. L. (V: 914, 5, 8, 9, 20, 2, E. G.: 747, 50, 1, 3).
Clasa a VI-a: Cernescu A. N. (VI: 942, 3, 7*, 8, 9, 50, 1, 2, 4*, 5, 6*, 7, 8, 9, 60, 1, VII: 904, 12, 4, 6, 7, VIII: 834, E. G.: 756, 60, 2), Corduneanu C. (VI: 949, 50, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 60, 1, 5, VII: 903, 12, 4, 6, 7, VIII: 934, 6, 7, E. G.: 760, 3, 7), Diaconu Gh. V. (VI: 938, 9, 40, 2, 3, 4, 6), Dimitriuc V. D. (VI: 932, 41, 2), Măncescu C. I. (VI: 938, 9, 40, 1*, 2, 3, E. G.: 760), Măncescu N. I. (VI: 933, 4, 5, 6, 7, 44, 6, 7), Munteanu T. I. (VI: 938, 9*, 40, 1*, 3, E. G.: 751, 3. 4, 5), Popescu L. I. (VI: 938, 9, 40, 1, 2, 3), Rotariu I. (VI: 932, 6, 8, 9, 41, 3), Stoian I. D. (VI: 937).

Liceul „Regele Ferdinand I", Râmnicu-Sărat.

Clasa a V-a: Cosma I. Gh. (V: 919, 20, 1, 2), Turlacu N. M. (V: 924*, 5, 6, 7*, 8*, 9, 30).
Clasa a VII-a: Ene A. N. (VII: 894, 910).

Liceul teoretic, Reşiţa.

Clasa a IV-a: Stănescu D. C. (IV : 763, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 70, V : 914, 8, 28).

Liceul „Gh. Lazăr", Sibiu.

Clasa a IV-a: Lupu C. (IV : 767).
Clasa a V-a: Mosora I. N. (V : 924, 5, 7, 8, 9, 30, 3, 4).

Liceul „Radu Greceanu", Slatina-Olt.

Clasa a IV-a: Liciu I. Gh. (IV : 767, 80).
Clasa a V-a: Andronescu N. L. (V : 926, 7, 9, 30), Nedeianu I. I. (V : 919*, 23*).
Clasa a VI-a: Constantinescu V. (VI : 950, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 60, 1, 2*, 3).

Liceul „Simion Bărnuţiu", Simleul-Silvanei.

Clasa a VII-a: Vaida Al. (VII : 905, VIII : 834).

Liceul „Enăchiţă Văcărescu", Târgovişte.

Clasa a VII-a: Niţescu A. I. (VII : 904, 5, 10, 2*, 5, 6, 7, 8).

Şcoala Normală „Spiru Haret", Târgu-Jiu.

Clasa a IV-a: Orvas C. C. (IV : 782).

Liceul „Tudor Vladimirescu", Târgu-Jiu.

Clasa a III-a: Botu B. B. (III : 309, 10), Dragotă N. (III : 303, 7, 12, 3), Flondor I. I. (III : 307, 9*, 10), Gheorghe C. (III : 307, 9, 10), Mărtoiu C. C. (III : 307, 9, 10), Pestişanu I. (III : 307, 9), Popescu V. N. (III : 307, 9), Vâlceanu P. M. (III : 307, 9).
Clasa a V-a: Badea N. St. (V : 914, 6, 9, 20, 1, 2), Ciolofan C. I. (V : 919), Geamănu A. Th. (V : 919, 20, 1, 2), Hurezeanu M. R. (V : 919, 20, 1, 3), Moţet A. D. (V : 909, 14, 5, 6, 7, 9, 20, 3), Păişanu C. I. (V : 919, 20), Tănăsescu D. V. (V : 909, 14, 5*, 6, 9, 20, 1, 2), Trântescu D. M. (V : 914, 7, 20, 3).
Clasa a VI-a: Sărăcăceanu C. (VI : 950, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 60, 1, 2, 3), Velican J. (VI : 950, 1, 2, 3).
Clasa a VII-a: Ciorăscu C. Al. (VII : 900, 1, 5, 7, 10), Pănoiu A. N. (VII : 899, 900, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10), Pătrăşcoiu N. P. (VII : 900, 1, 3, 4), Popescu I. Gh. (VII : 905, 6, 7, 8, 9, 10, 2, 6, 7), Ţiclete P. V. (VII : 892, 7, 900, 5, 8, 10, 7).

Liceul teoretic „Oituz", Târgu-Ocna Bacău.

Clasa a V-a: Avădani B. V. (V : 914, 5, 8, 9).

Liceul de fete „Carmen Sylva", Timişoara.

Clasa a III-a: GÂRLEŞTEANU ELIZA (III: 308*, 9, 10, 1, 2, 3, IV: 781, E. G.: 760).

Clasa a VI-a: ŞERBĂNESCU V. ILEANA (VI: 932, 3, 4, 5, 6, 7*).

Clasa a VII-a: CRIŞAN G. LIVIA (VII: 892, 7, 900, 2, 10).

Liceul Armatei „Mihai Viteazu", Timişoara.

Clasa a III-a: GLIJINSCHI A. P. (III: 309, 10), STOICA I. T. (III: 309, E. G.: 760), TOMESCU G. M. (III: 309, 10, 5, E. G.: 753, 5).

Clasa a V-a: BĂIAŞU D. D. (V: 914, 7, 8, 9, 20), BARBU F. I. (V: 914, 5, 6, 8, 9, 20), BRABORESCU S. (V: 917, 9, 21), CĂPROIU I. (E. G.: 753, 4, 60), COCOŞ GH. (V: 910, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3), CORNEANU I. T. (V: 914, 9, 20), CRĂCIUN S. (V: 915, 6, 8, 9, 20, 1, 2), DAIA N. B. (V: 909, 14, 5, 6, 20), DINESCU N. AL. (V: 910, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3), DINICĂ I. (V: 915, 6, 20, 2), EMANDI M. (V: 916, 8, 20), GALICIANU AL. (V: 909, 14, 7, 9, 20 1), IONESCU C. (V: 915, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3), IONESCU L. (V: 914, 5, 7, 8, E. G.: 749, 50, 1), LĂCĂTUŞ G. C. (V: 914, 5, 9, 20), LASCU T. AL. (V: 909, 10, 4, 5*, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2), MIREA A. A. (V: 915, 9, 20, 1, 2), MOLDOVEANU D. C. (V: 914, 5, 6, 7, 8), MOROIANU D. A. (V: 914, 5, 6, 8, 20, 3), NEGRU S. S. (V: 915, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2), NIŢESCU P. (V: 914, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2, 3, E. G.: 750, 6), OLTEANU N. (V: 909, 14, 5, 6*, 8, 9, 20, 1, 2, E. G.: 750, 1, 4), OPRIŞ G. D. (V: 918, 9, 20, 1, 2), PANĂ GH. R. (V: 914, 5. 6, 8, 9, 20, 1, 2), PETCULESCU P. (V: 914), POPESCU I. (V: 916), POPOVICI I. M. (V: 914), POSCA C. GH. (V: 915, 7, 9, 20, 2), ROGOZ V. T. (V: 910, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2), ROMAN L. (V: 909, 10, 4, 7, 8, 9, 20), SICĂ N. (V: 918, 9, 20, 1), ŞTEFĂNESCU L. (V: 909, 10, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2, VI: 932, VIII: 812, 5, 21, E. G.: 746, 7, 60), TĂTARU A. S. (V: 910, 4, 6, 7, 8, 9, 20, 1, 2), TRIFU I. O. (V: 909, 10, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20*, 1, 2*), URDĂREANU P. (V: 909, 10, 4, 5, 7, E. G.: 747, 9, 50), VASILESCU G. (V: 910, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20), VELICA V. (V: 915, 7), VINTILĂ V. (V: 914, 5, 6*, 8, 9, 20, 2), ZGĂVÂRDICI C, (V: 914).

Clasa a VII-a: CHIRAN P. (VII: 900, 4), COMŞA C. (VII: 891, 3, 4, 900, 3, 4), DUMITRESCU AD. (VII: 891, 3, 4, 900, 4, 5, 8, 10), FĂGĂRĂŞANU I. I. (VII: 891, 3, 4, 903, 5, 10), FLORIAN P. (VII: 891, 2, 3, 4, 7, 9, 900, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, E. G.: 760), IONESCU C. (VII: 900, 4), MAN AL. (VII: 891, 2, 3, 4, 7, 900, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10), MANTA T. N. (VII: 891, 3), MIHĂILESCU M. (VII: 894, 900, 4), PÂRVU I. (VII: 891, 2, 3, 4, 7, 900, 4), RĂDULESCU V. (VII: 891, 4, 900, 4), STANCIU P. (VII: 891, 2, 3, 4, 9, 900, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10), ŞTEFAN I. (VII: 891, 3, 4, 7), TAROLA AL. (VII: 893, 4, 903 4, 5, 10), TATOMIR I. (VII: 892, 3, 4, 7), UDREA I. M. (VII: 891, 2, 3, 4, 900, 3, 4. 5, 10), VASILE FL. (VII: 891, 3), VOINEA I. S. (VII: 893, 4).

Liceul „C. Diaconovici-Loga", Timişoara.

Clasa a VII-a: BĂLAN I. GH. (VII: 892, 3, 4, 907), BÂZU S. S. (VII: 907, 8, 9, 10, 2, 6, 7), CHIRIAC E. I. (VII: 892, 3, 4, 7, 9, 900, 1, 2, 5, 7, 8, 9, 10, VIII: 821, 31), PISANCA N. I, (VII: 892, 4, 7, 9, 900, 5, 10, 2, 6, 7, VIII: 834, 6, E. G.: 741, 9, 50, 8, 9, 60, 4, 5).

Liceul „Sfântul Haralambie", Turnu-Măgurele.

Clasa a V-a: CARACUDOVICI H. V. (V: 914, 5).

Liceul „Traian" Turnu-Severin.

Clasa a IV-a: BOCÂNCĂ C. I. (IV: 767, 8, 80, 1, 3, 5, V: 930).
Clasa a V-a: SIMINICĂ I. V. (V: 918, 9, 20, 1).
Clasa a VII-a: STOICHIȚESCU GH. T. (VI: 951, 4, 5*, 6*, 7, 60, 1, 3*).

Liceul „M. Kogălniceanu" Vaslui.

Clasa a VI-a: IULIAN D. C. (VI: 954, 60, 1, 3).

EXERCIȚII PROPUSE

Soluțiile exercițiilor propuse în acest număr se primesc până la 1 Februarie 1947

Clasa a III-a. *Exerc. 315.* In triunghiul ABC, fie A', B', C' picioarele medianelor și G intersecția lor. Se prelungesc medianele cu $\overline{A'A''} = \overline{A'G}$, $\overline{B'B''} = \overline{B'G}$, $\overline{C'C''} = \overline{C'G}$.

Triunghiul A''B''C'' este egal cu triunghiul ABC.

E. M.

III. 316. Un paralelogram are baza de două ori mai mare ca înălțimea. Suprafața paralelogramului este de 1458 m². Să se afle lungimea bazei paralelogramului.

C. I. B.

III. 317. Un patrat are suprafața 2025 m². Să se afle aria cuprinsă între patrat și cercul înscris.

C. I. B.

Clasa a IV-a. *Exerc. 786.* Să se arate că fracțiile

$$\frac{4010401}{4990499}, \quad \frac{401401}{499499}, \quad \frac{401}{499}$$

sunt echivalente. Generalizare.

I. Ț.

IV. 787. Să se verifice că

$$(x^7 - x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 + x - 1)\ (7x^3 + x^2 + 3x + 1) =$$
$$(x^4 - 1)\ (7x^6 - 6x^5 - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1).$$

N. M.

IV. 788. Să se descompună expresiunea

$$E = a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2 + abc\ (a + b + c + abc + 1)$$

într'un produs de trei factori.

E. M.

IV. 789. Să se descompună expresiile

$$E_1 = a^2 + b^2 + c^2 + a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2 + 6abc$$
$$E_2 = a^2 + b^2 + c^2 + a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2 - 6abc$$

într'o sumă de trei patrate.

E. M.

IV. 790. Fie dat patratul ABCD. Fie E simetricul lui A faţă de C. Cum trebuie luat F pe prelungirea laturii AD astfel ca patrulaterul DCEF să aibă aceeaşi arie ca patratul dat?

N. M.

Clasa a V-a. *Exerc. 936.* Să se verifice pentru $x = 0, 1, -1, 3, 4$ că

$$(x-4)\ (x^4 - 11x^3 + 46x^2 - 86x + 61) + 1 = (x-3)^5.$$

Putem deduce că este o identitate?

N. M.

V. 937. Să se arate că

$$(x+y)^4 + x^4 + y^4 = 2\ [(x^2 + y^2)\ (x+y)^2 + x^2 y^2];$$
$$x^4 + y^4 + 4xy\ (x-y)^2 = (x+y)^4 + 2x^2 y^2$$

N. M.

V. 938. Să se verifice că

$$[a_1 \alpha_1^2 + (b_1 + a_2)\alpha_1 \alpha_2 + b_2 \alpha_2^2]\ [a_1 \beta_1^2 + (b_1 + a_2)\beta_1 \beta_2 + b_2 \beta_2^2]$$
$$- [a_1 \alpha_1 \beta_1 + a_2 \alpha_1 \beta_2 + b_1 \alpha_2 \beta_1 + b_2 \beta_2]\ [a_1 \alpha_1 \beta_1 + b_1 \alpha_1 \beta_2 +$$
$$+ a_2 \alpha_2 \beta_1 + b_2 \alpha_2 \beta_2] = (a_1 b_2 - a_2 b_1)\ (\alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 \beta_2)^2$$

N. M.

V. 939. Să se calculeze expresia

$$E = (x^a)^a (x^a)^3 [x^{2a} + x^{a(a-1)}]^2 (x^2)^a (x^a)^{a-1} (x^{a^2} + x^{3a})^2,$$

a număr întreg.

I. I. S.

V. 940. Să se determine polinoamele

$$P_1 = x^6 + ax^4 + 7x^3 + bx^2 - 14x + c$$
$$P_2 = x^3 + mx + n$$

știind că

$$P_1 - P_2 \equiv P_2^2$$

E. M.

V. 941. Dacă $a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca$

avem și

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc.$$

N. M.

V. 942. Să se determine *a* și *b* astfel ca polinomul

$$(x^2 + 3x - 1)^2 + ax$$

să fie divizibil prin

$$x^2 + x + b.$$

I. I. S.

V. 943. Fie polinoamele:

$$P_1 = x^3 + ax - 3$$
$$P_2 = x^3 + bx + 2.$$

Să se determine *a* și *b* știind că

$P_1^2 - P_2^2$ se divide cu $(x - 1)^2$.

E. M.

V. 944. Să se descompună expresia

$$E = [4bc - (b^2 + 1)(c^2 + 1)]^2 - 4[b(c^2 + 1) - c(b^2 + 1)]^2$$

într'un produs de factori de gradul întâiu.

I. I. S.

V. 945. Să se descompună în factori expresia

$$F = (a-b)^2 + a\,(b-1)^2 - b\,(a-1)^2$$

I. I. S.

V. 946. Să se efectueze

$$\frac{(a+b)^3 - (a-b)^3}{(a+b)^2 + (a+b)\,(a-b) + (a-b)^2}$$

N. M.

V. 947. In triunghiul ABC, perpendicularele în A pe AB, AC taie cercul circumscris în B', C'; tangentele în B', C' fac un unghiu cât dublul complementului unghiului A.

N. M.

Clasa a VI-a. *Exerc. 964.* Să se simplifice fracția

$$\frac{a^3 - b^3 - c^3 + d^3}{a^2 b - ab^2 - acd + bcd},$$

numerele a, b, c, d fiind în progresie aritmetică.

I. I. S.

VI. 965. Se dau fracțiile

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt[3]{181}}\ ;\ \frac{\sqrt{34}-\sqrt[3]{198}}{\sqrt{28}-\sqrt[3]{149}}\ ;\ \frac{\sqrt{13}+\sqrt{15}}{\sqrt[3]{47}+\sqrt[3]{58}}.$$

1°. Să se arate dacă sunt supraunitare sau subunitare.
2°. Să se compare între ele.

C. I. Ț.

VI. 966. Să se determine progresia aritmetică a, b, c, d astfel ca $d+1 = 3a$ și suma termenilor să fie 37.

N. M.

VI. 967. Să se determine progresia geometrică a, b, c, d astfel ca $d = 25a + 10$ și produsul termenilor să fie 455.525.

N. M.

VI. 968. Să se găsească trei numere întregi în progresie geometrică, astfel ca diferența extremilor să fie 16.

E. M.

VI. 969. Să se determine x și y, astfel cu x^2, 10, y^2 să formeze o progresie aritmetică, iar x^2, 8, y^2 să formeze o progresie geometrică.

E. M.

VI. 970. Numerele a, b, c sunt în progresie aritmetică cu rația r, iar numerele a, b, $a+b+c$, formează o progresie geometrică cu rația q. Să se determine a, b, c când $r^2 = 12q$,

E. M.

VI. 971. Să se verifice că

$$\log x^{37} y^7 z + 4 \log \frac{x^2 \sqrt{y}}{z} + 9 \log \frac{\sqrt[3]{z}}{yx^5} = 0.$$

N. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 919.* Să se rezolve ecuația

$$C_6^x = 3C_5^{x-1}.$$

N. M.

VII. 920. Dacă

$$S_m = 1^m + 2^m + 3^m + \ldots + n^m,$$

să se verifice identitatea

$$\sum_1^n (S_1 - 3S_2 + 4S_3) = S_3 + S_4.$$

N. M.

VII. 921. Fie

$$a_1, a_2, a_3 \ldots, a_n$$

termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice și S_k suma primilor k termeni ai ei.

Să se arate că șirul cu termenul general

$$T_k = (n - k + 1)\, a_k + 2 S_k$$

formează deasemenea o progresie aritmetică.

Să se arate apoi că suma $\sum_{k=1}^{n} S_k$ este exprimabilă cu ajutorul sumei $\sum_{k=1}^{n} T_k$, stabilind formula respectivă care leagă aceste două sume între ele.

E. V.

VII. 922. Să se arate că

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a+b & b+c & c+d & d+a \\ a-b & b-c & c-d & d-a \end{vmatrix} = 0.$$

C. I. B.

VII. 923. Fie

$$\Delta = \begin{vmatrix} a^2-2b^2 & a^2-b^2 & a^2 \\ a^2 & a^2-2b^2 & a^2-b^2 \\ a^2-b^2 & a^2 & a^2-2b^2 \end{vmatrix}$$

Să se descompună într'un produs de factori.

E. M.

VII. 924. Să se rezolve ecuaţia.

$$\begin{vmatrix} \sin^2 x & \sin 2x & \cos^2 x \\ \cos^2 x & \sin^2 x & \sin 2x \\ \sin 2x & \cos^2 x & \sin^2 x \end{vmatrix} = 0.$$

E. M.

VII. 925. Să se rezolve sistemul

$$\begin{aligned} bx + cy + az &= a + b + c \\ b^2 x - acy + abz &= bc \\ bcx + c^2 y - a^2 z &= bc. \end{aligned}$$

E. M.

VII. 926. Să se determine a, astfel ca sistemul

$$\begin{aligned} ax + 2y + 3z &= 0 \\ 2x + ay + 3z &= 0 \\ 3x + 2y + az + 0 & \end{aligned}$$

să admită soluţii diferite de zero.

C. I. B.

Clasa a VII!-a. *Exerc. 844.* Să se arate că un polinom omogen $f(x, y)$ verifica relaţia

$$x \begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ f''_{x^2} & f''_{xy} \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ f''_{xy} & f''_{y^2} \end{vmatrix} = 0.$$

I. I. S.

VIII. 845. Să se calculeze derivata funcţiunii

$$y = \frac{e^{\sin x} + e^{\cos x}}{e^{\sin x} - e^{\cos x}}.$$

C. I. B.

VIII. 846. Să se calculeze derivata funcţiunii

$$y + \frac{ax + \lambda x}{ax - \lambda x}.$$

C. I. B.

VIII. 847. Să se determine simetricul punctului A (2, 5) faţă de dreapta $2x = y + 4$.

N. M.

VIII. 848. Fie dreptele concurente

$$(D_1) \equiv ax - by + ab = 0$$
$$(D_2) \equiv 3ax - ay + 2b = 0$$
$$(D_3) \equiv abx + ay - 3b = 0$$

Să se determine parametrii a, b astfel ca dreapta D_2 să fie bisectoarea unghiului format de dreptele D_1 şi D_3.

E. M.

VIII. 849. Fie punctele

$M_1(a, b)$, $M_2(a - b, a + b)$, $M_3(a + b, -b)$.

Să se determine parametrii a şi b, ştiind că punctele M_1, M_2, M_3 sunt coliniare şi că $\overline{M_1 M_2}^2 - \overline{M_1 M_3}^2 = 4$.

E. M.

VIII. 850. Se dă punctul A (1, 4). Să se determine punctele B situate pe $x'x$ astfel ca $\overline{AB} = 5$.

Să se afle coordonatele vârfurilor patratelor construite pe AB ca latură.

C. I. B.

VIII. 851. Se dă punctul A (2, 2). Să se determine pe dreapta $7y - 2x = 0$ un punct M astfel ca $\overline{AM} = 5$.

a) Să se afle coordonatele vârfurilor triunghiurilor echilaterale construite pe AM ca latură.

b) Să se afle coordonatele vârfurilor exagoanelor regulate care au ca latură segmentul AM.

C. I. B.

Exerciţii Generale. *E. G. 766.* Să se reconstitue operaţia

$$\begin{array}{l} \underline{a\ 0.000}: baaa = 1a, baaa \ldots \\ \underline{xxxx\ 0} \\ \underline{xxxx\ 0} \\ \underline{24420} \\ \underline{24240} \\ 2424 \end{array}$$

şi să se arate că este posibilă.

N. M.

E. G. 767. Să se rezolve în numere întregi ecuaţia

$$1 + 2(x + y) = xy.$$

GH. B.

E. G. 768. Să se găsească numerele de două cifre, ştiind că sunt cu 0 mai mari decât răsturnatele lor.

I. I. S.

E. G. 769. Să se găsească un număr de două cifre ştiind că dublul patratului părţii a 9-a din acel număr, mărită cu 4, dă răsturnarea acelui număr.

I. I. S.

E. G. 770. Să se determine a aşa fel ca expresia

$$1947^n + a$$

să fie divizibilă cu 7, oricare ar fi n întreg pozitiv.

I. I. S.

E. G. 771. Expresia

$$2^{10p+7} + 3^{10p+5} + 5^{5p+3} - 7^{5p}$$

se divide cu 11, oricare ar fi întregul pozitiv p.

I. I. S.

INSTRUCŢIUNI

a) Soluţiile exerciţiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală. Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluţionarea unui exerciţiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile, ce vor fi necesare pentru urmărirea exerciţiului se vor construi îngrijit.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor exerciţii pe aceeaşi foaie.

b) Redactarea soluţiilor se va face astfel:

Sus, se va scrie numărul exerciţiului, dedesubt enunţul astfel cum este publicat în revistă, cu iniţialele propunătorului, apoi soluţia clar compusă, iar la sfârşit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Numele de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie, urmat de clasa şi şcoala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluţiile iscălite de 2 sau mai mulţi corespondenţi, nici soluţiile exerciţiilor propuse la clase inferioare aceleia în care se află corespondentul.

d) Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului, numai dela abonaţii „Suplimentului cu Exerciţii" al Gazetei Matematice, pe adresa Casa Gazeta Matematică, Ing. C. Ionescu-Ţiu, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

Elevii claselor VI, VII şi VIII, cu bogată activitate la această revistă îşi pot lărgi cadrul activităţii rezolvând şi probleme din „Gazeta Matematică".

In Biblioteca Societăţii „Gazeta Matematică" au apărut şi se găsesc următoarele :

XI. **Gazeta Matematică** 1895—1935. Istoric, învăţăminte. Volum jubilar (500 pag.) . . . . . Lei 4.500

XIII. **I. Ionescu,** Culegere de Probleme de Aritmetică. Partea I. Aritmetica raţionată . . . . . Lei 12.500

XIX. **V. Cristescu,** *Culegere de Probleme de Trigonometrie.* Partea III-a (Trigonometrie sferică). Revăzută şi adăogită de G-ralul **Gh. I. Liteanu.** Lei 3.500

XX. **I. I. Chiţulescu,** *Culegere de probleme de Geometrie Descriptivă.* Partea I . . . . . Lei 5.0

XXI. **M. Ghermănescu,** *Trigonometria plană şi sferică cu aplicaţii Artilerie, Analitică, Mecanică, Topografie, Astronomie, etc.* . . . Lei 14.5

XXII. **G. Ţiţeica,** *Culegere de Probleme de analitică.* Ediţia II. Partea II adăogită de **N. G. Botea** şi **C. Ionescu-Bujor** . . . . . Lei 7.500

XXIII. **Gazeta Matematică** 1895—1945 (Decada 5-a Istoric), învăţăminte. Volum jubilar (288 pag.) . . . . . Lei 7.700

Biblioteca Istorică a GAZETEI MATEMATICE

I. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărţile I — VI de Geometrie plană) tradusă din limba greacă de *V. Marian* . . . . . Lei 5.700

II. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărţile VII—IX de Aritmetică şi Cartea X a Iraţionalelor), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 6.900

III. *Elementele lui* **Euclid.** (Cărţile XI—XIII de Geometrie în spaţiu: Cartea XIV a lui HYPSICLE şi Cartea XV apocrifă), tradusă din limba greacă de **V. Marian** . . . . . Lei 3.900

Biblioteca Technică a „GAZETEI MATEMATICE"
(Tipărită din fondul Anghel Saligny)

I. **Ion Ionescu,** *Beton armat. Expunerea elementară a regulilor de construcţiune şi a principiilor de calcul.* (Ediţia II-a) . . . . . Lei 9.500

Biblioteca Matematică „GEORGE ŢIŢEICA"

I. **Ion Ionescu,** *Maxime şi minime geometrice* . . . . . Lei 7.500

„Gazeta Matematică" apare la 15 ale fiecărei luni. Abonamentul este de 20.000 lei anual, dacă se achită până la 15 Decembrie 1946, când se va mări

Abonamentele şi toată corespondenţa se trimite pe adresa :

Societăţii „GAZETA MATEMATICĂ"

Casa Gazeta Matematică. — Calea Griviţei No. 158. — Bucureşti 2.
(Telefon : 7-3803).

M. O., IMPRIMERIA NAŢIONALA — C. 39 226.

8/7/72

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XIII. No. 3 1 DECEMBRIE 1946

44
5
2202

9691

SOCIETATEA GAZETA MATEMATICĂ
CALEA GRIVIŢEI, 158. BUCUREŞTI 2. — TELEFON 7-3803

GAZETA MATEMATICA

SUPLIMENT CU EXERCIŢII

ANUL XIII. No. 3 1 DECEMBRIE 1946

ABONAMENTUL LEI 10.000 PE AN (9 numere)

achitat până la 15 Decembrie 1946 când va fi mărit

Soluţii şi orice corespondenţă pe adresa:

Casa «Gazeta Matematică», Calea Griviţei 158. — Bucureşti 2

PROPRIETĂŢI GEOMETRICE ALE CONICELOR

(Urmare dela pag. 3)

Elipsa. Proprietăţi geometrice. 1°. *Tangenta într'un punct* M' *la cercul principal şi tangenta în punctul corespunzător* M *de pe elipsă se întâlnesc pe axa mare* AA'.

Fie T intersecţia tangentei în M' la cercul principal cu diametrul AA'. Proiecţia lui T pe planul elipsei este chiar T şi proiecţia lui M' este M, deci proiecţia tangentei M'T la cerc este MT, care este tangentă la proiecţia cercului pe planul elipsei, adică tangentă la elipsă.

2°. *Doi diametri perpendiculari ai cercului principal din spaţiu, se proiectează pe planul elipsei după doi diametri conjugaţi.*

Fie OM', ON' două raze perpendiculare în cercul principal. Ele devine OM şi ON în planul elipsei. Ducem în cerc coarda CC' paralelă cu ON', mijlocul ei *m'* se află pe OM', proiecţia ei *cc'* pe planul elipsei va fi paralelă cu ON, iar *m'* se va proiecta în *m'* pe OM. Coada *cc'* a elipsei fiind paraleiă cu ON şi având mijlocul pe OM, direcţiile OM, ON sunt direcţiile a doi diametri conjugaţi.

3°. *Tangenta într'un punct m la elipsă este paralelă cu diametral On conjugat direcţiei Om şi reciproc paralela dusă prin m la direcţia On conjugată direcţiei Om este tangentă la elipsă.*

Tangenta în *m* este o coardă redusă la *m*, deci cu mijlocul în *m*. Toate corzile paralele cu această coardă tangentă au mijlocul pe *Om* şi sunt deci direcţii conjugate la *Om*. Reciproc coarda limită a corzilor conjugate direcţiei *Om* este tangentă la elipsă.

4°. *Toate paralelogramele circumscrise unei elipse şi ale căror laturi sunt paralele cu doi diametri conjugaţi, au aceeaşi suprafaţă.*

Dela 2^0 se ştie că doi diametri conjugaţi sunt proiecţiile a doi diametri perpendiculari ai cercului principal. Tangentele la elipsă în extremităţile acestor diametri formează un patrat de suprafaţă $4a^2$ şi care se proiectează pe planul elipsei după un paralelogram circumscris a cărui suprafaţă S este dată de

$$S = \text{Supr. patratului} \times \cos\varphi = 4a^2 \times \frac{b}{a} = 4ab.$$

S este deci constant şi egal cu suprafaţa dreptunghiului construit pe axele $2a$ şi $2b$.

5^0. **Teorema lui Apollonius.** *Dacă se notează cu* $2a' > 2b'$ *lungimile a doi diametri conjugaţi şi cu* θ *unghiul lor, atunci*

$$a'b' \sin\theta = ab \quad \text{şi} \quad a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2.$$

Prima relaţie rezultă din proprietatea dela 4^0 care stabileşte că suprafaţa $2a' \times 2b' \times \sin\theta$, a paralelogramului circumscris şi cu laturile paralele la doi diametri conjugaţi, este egală cu $4ab$.

Pentru relaţia a doua considerăm semidiametrii conjugaţi Om, On fie P, Q proiecţiile punctelor m şi n pe axa AA', iar M şi N intersecţiile cercului principal cu Pm şi Qn. Se ştie dela 2^0 că unghiul MON este drept.

Triunghiurile dreptunghice OPM şi OQN sunt egale, căci au ipotezele egale şi catetele paralele. Rezultă

$$OQ = PM \quad \text{şi} \quad OP = QN. \tag{1}$$

Apoi ştim că

$$Pm = \frac{b}{a} PM \quad \text{şi} \quad Qn = \frac{b}{a} QN'. \tag{2}$$

Din triunghiurile dreptunghice OPM şi OQN se scoate

$$a'^2 + b'^2 = \overline{OP}^2 + \overline{Pm}^2 + \overline{OQ}^2 + \overline{Qn}^2$$

sau ţinând seamă de (1) şi (2), găsim succesiv

$$a'^2 + b'^2 = \overline{PM}^2 \left(\frac{a^2+b^2}{a^2}\right) + \overline{QN}^2 \left(\frac{a^2+b^2}{b^2}\right) = \frac{a^2+b^2}{a^2} (\overline{PM}^2 + \overline{OP}^2)$$

$$\therefore \qquad a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2$$

care este a doua relaţie a lui APOLLONIUS.

Cu ajutorul eoremei lui APOLLONIUS se pot calcula lungimile a doi diametri conjugați care fac între ei un unghiu dat θ rezolvând sistemul de ecuații

$$a'b' \sin\theta = ab \quad , \quad a'^2 + b'^2 = a^2 + b^2$$

în care necunoscutele sunt a' și b'.

(Va urma) G-L GH. BUICLIU.

EXERCIȚII REZOLVATE

Clasa a III-a. *Exerc. 309. Fie* ABCD *un paralelogram, având* $\overline{AB} = 4$, $\overline{AD} = 8$. *Fie* E *mijlocul laturii* AD. *Să se arate că unghiul* BEC *este drept.*

Ç. I. B.

G fiind mijlocul laturii BC,

$$\overline{GB} = \overline{GC} = \overline{GE} = 4.$$

G este deci centrul cercului circumscris triunghiului BEC. Cum BC este diametru, unghiul de mai sus este înscris într'un semicerc, este deci unghiul drept.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 828. Se dau ecuațiile*

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad ; \quad x^2 - 5x + 4 = 0.$$

Să se rezolve:

2°. *Rădăcinile primei ecuații sunt, în ordine crescândă, abscisele a două puncte* A, B *din plan. Rădăcinile ecuației a doua sunt, în aceeași ordine, ordonatele acestor puncte.*

3°. *Să se scrie ecuația dreptei* AB.

4°. *Se consideră ecuațiile*

$$x^2 - 5x + a = 0 \quad , \quad x^2 - 5x + b = 0.$$

Rădăcinile primei ecuații sunt abscisele a două puncte M, N *iar rădăcinile ecuației a doua sunt ordonatele acestor puncte.*

Să se găsească coordonatele punctului de întâlnire al dreptei MN *cu dreapta* AB.

5°. *Să se arate că* a *şi* b *fiind variabile, dreptele* MN *trec printr'un punct fix.*

C. I. B.

1°. $x^2 - 5x + 6 = 0 \quad x' = 2, \quad x'' = 3$

$x^2 - 5x + 4 = 0 \quad x' = 1, \quad x'' = 4$

2°. A (2, 1) , B (3, 4)

3°. $3x - y - 5 = 0.$

4°. Fie $x^2 - 5x + a = 0$ de rădăcini x_1, x_2

$x^2 - 5x + b = 0$ „ „ y_1, y_2

$M(x_1, y_1) \quad N(x_2, y_2).$

Observăm că ecuaţiile de gradul II ale problemei au semisuma rădăcinilor $\frac{5}{2}$. Aceasta înseamnă că segmentele AB, MN au acelaşi mijloc.

Exerciţii Generale. *Să se demonstreze când*

$$n'^2 - n^8 + n^4 - 1$$

se divide prin 96.

GH. B.

Notând cu E expresiunea dată observăm că

$$E = (n^8 + 1)\,(n^2 + 1)\,(n + 1)\,(n - 1)$$

şi că $96 = 2^5 + 3$. Se vede că dacă n este pereche toţi factorii lui E sunt neperechi. Va trebui ca n să fie impar, în acest caz primii factori se divid cu 2, unul din ultimii doi se divide cu 2 şi celălalt cu 2^2 căci factori diferă cu 2. In ce priveşte divizibilitatea cu 3, se vede că dacă $n = 3p$ nici unul din factorii lui E nu se divide cu 3. Dacă însă $n = 3p \pm 1$ atunci E se divide cu 3. Deci pentru ca E să se dividă cu 96 trebue ca $n = 3p \pm 1$ şi p să fie par, adică $n = 6p \pm 1$.

Până la 1 Noembrie 1946 s'au primit soluții la problemele propuse în numărul 9, Vol. XII, dela*):

Liceul „Moise Nicoară", Arad.

Clasa a VII-a: BRĂDEANU S. P. (VII: 912, 6, 8).

Liceul „Samuil Vulcan", Beiuș.

Clasa a VI-a: DE SABATA P. I. (VI: 950*, 1*, 2*, 4, 5*, 60, 1).
Clasa a VII-a: CODREANU A. Z. (VII: 912, 6, 7, 8).

Liceul de fete „Regina Maria", București.

Clasa a V-a: POPESCU I. ȘTEFANIA (V: 930).

Liceul de fete „Carmen-Sylva", București.

Clasa a VII-a: GHICON G. ECAT. (VII: 912, 7).

Liceul „Matei Basarab", București.

Clasa a IV-a: RĂDUCĂNESCU P. C. (IV: 784*, V: 930), RISTEA G. G. (IV: 781, 2*, 3, 4, 5, V: 924, 5, 9, 30, VI: 961.
Clasa a V-a: PĂUNESCU ST. G. (VI: 960, 1).

Liceul „Mihai Viteazul", București.

Clasa a VI-a: DODU A. E. (VI: 959*, 62*. 3*, E. G.: 761), ENESCU G. G. (VI: 954, 8, VII: 903, 4, 5).

Liceul „Titu Maiorescu", București.

Clasa a III-a: DUMITRESCU ȘT. M. (III: 313, 4, IV: 784).
Clasa a V-a: RASIDESCU ȘT. (V: 925, 6, 7, 8, 9, 30, VI: 960, 1).
Clasa a VII-a: STOICA M. (VII: 916, 7).

Liceul Francez, București.

Classe de math. élém.: HARET SP. R. (VII: 912, 4, 5, 6, 7, 8).

Liceul de Construcții Civile și Edilitare, București.

Clasa a V-a: RADU Z. G. (V? 926, 6, 7, 30).

Liceul „Știrbei-Vodă", Călărași, Ialomița.

Clasa a VI-a: PODBORSCHI E. V. (VI: 932*, 4*, 5*, 6*, 7*, 9*, 41*, 2*, 3*, 4*, 7*, 8*, 9*, 50*, 1*, 2*, 3*, 4*, 5*, E. G.: 757), SIMULESCU D. (VI: 954, 60, 1, 3).
Clasa a VII-a: ISPASIU M. M. (VII: 912, 6, 7).

---

*) Semnul * însoțește numărul unui exercițiu foarte bine rezolvat și foarte îngrijit redijat.

Liceul „D. B. Ştirbey" Câmpina.

Clasa a VII-a: NEUHAUSER V. I. (VII: 912, 6, 7, 8, VIII: 829, 35).

Liceul „G. Bariţiu", Cluj.

Clasa a IV-a: STOICOVICI O. (IV: 781, 2, 4, 5).

Liceul „Fraţii Buzeşti", Craiova.

Clasa a VI-a: FIRESCU G. S. (VI: 950, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 60, 1, 3).

Liceul militar „D. A. Sturdza", Craiova.

Clasa a III-a: CONSTANTINESCU I. L. (III: 312, 3), FLORESCU V. E. (III: 312, 3), MARCU V. N. (III: 312, 3), ŞTEFAN A. A. (III: 312, 3).

Clasa a IV-a: BĂGHINĂ V. (IV: 781, 3, 4, 5. V: 930), BĂIAŞU G. (IV: 781. V: 930), BARBU I. E. (IV: 781, 3, 4, 5. V: 930), BENIOG G. S. (IV: 785. V: 930), CIUCĂ I. M. (IV: 784, 5. V: 930), CUPEŞ D. M. (IV: 781, 3, 5. V: 930), DRĂGAN I. (IV: 781, 5. V: 930), GHERCULESCU D. (V: 930), IONESCU V. (IV: 785. V: 930), MICLESCU T. (IV: 784, 5. V: 930), MICU I. (IV: 784, 5. V: 930), MIRESCU T. (IV: 784, 5. V: 930), MOLDOVEANU I. M. (V: 930, MALCOCI S. I. (IV: 781, 4, 5, V: 930), MOCĂNESCU V. G. (V: 930), MOTOCU A. V. (IV: 785, V: 930), NEGOESCU C. GH. (IV: 781), MEŢĂ G. I. (V: 930), PETRESCU G. (V: 930), POPESCU J. (IV: 783, 4, 5, (V: 930), POGOREVICI L. (IV: 784, 5, V: 930), RĂDULESCU M. C. (IV: 781, ROTARU E. (IV: 784, 5), ROTARU G. (IV: 781, 4, 5. V: 930), SAVA I. (IV: 784, 5, V: 930), STAICU P (IV: 781, 4, 5, V: 930), SOROAGĂ D. (IV: 784, 5, V: 930), TÂMPLĂRESCU V. (IV: 785), VLAD I. T. (IV: 781, 3, 4, 5)., VĂRZARU I. E. (IV: 78, 4, 5, V: 930).

Clasa a V-a: ANTONESCU N. (V: 921, 5, 8, 9), AMĂRĂSCU I. A. (V: 924, 6, 9), ALEXANDRESCU M. F. (V: 924, 6, 8, 9, 30, VI: 961), BARBU F. I. (V: 924, 8), BALACI I. C. (V: 926, 8, 9, 30, VI: 961), BĂLUŢĂ I. M. (V: 924, 6, 8, 9), BÂRZĂVUN (V: 928, 9), CRĂCIUN I. Z. (V: 924, 8, 9, 61), CONSTANTINESCU A. V. (V: 924, 8, 9, 30), CÂRSTEA D. (V: 928, 9, 30, VI: 960, 1), DRAGOMIR I. (V: 924, 8, 30, VI: 961), DRĂGAN I. (V: 928, 9, 30), DIACONU S. (V: 924, 6, 8, 9, 30. VI: 960, 1), GEORGIAN I. (V: 924, 6, 8, 9, VI: 961), GĂMĂNESCU E. (V: 924, 9), IONESCU M. (V: 928, 9, 30), MIHĂLCIOIU M. (V: 924, 5, 6, 7, 8, 9, 30. VI: 960, 1), MIRCEA A. A. (V: 924, 8, 9), NEGRIL D. (V: 930), NIŢĂ I. I. (V: 924, 6, 8, 9, 30, VI: 960, 1), PIVNICERU I. (V: 926, 8, 30), POPA A. (V: 928), POPESCU I. E. (V: 924, 6, 8, 9, 30, VI: 960, 1), POPESCU S. (V: 928), SBÂRLEA N. (V: 926, 30), VASILI M. (V: 924, 5, 6, 8, 9, 30, VI: 960, 1), VELCESCU M. M. (V: 924, 6, 8, 9, 30. VI: 960, 1), VOICULESCU V. C. (V: 924, 8, 9).

Clasa a VI-a: IONIGĂ A. (VI: 950, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 6 1, 3), PICULESCU I. M. (VI: 950, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 60, 1), STĂNESCU V. (VI: 950, 5, 60, 1).

Clasa a VII-a: CONST NTINESCU V. (VII: 912, 3, 4. 6, 7, 8, VIII: 837), EFTODE A. (VII: 912 3, 4, 6, 7, 8, VIII: 837), GĂMĂNESCU Ş. (VII: 16, 7, 8), IORDACHE D. (VII: 912, 4, 6, 7, 8), IOANIŢESCU G. (VII: 912, 3, 4, 6, 7, 8),

MÂRŞANU I. M. (VII: 912, 6, 8), MITROIU E. (VII: 912, 6, 7, 8), NICOLESCU C. I. (VII: 912, 3, 4, 6, 7, 8, VIII: 837), NICU D. A. (VII: 912, 4, 6, 7, 8), UDREA C. I. (VII: 912. 3, 4, 6, 7, 8), VIŞAN GH. A. (VII: 912, 6, 7, 8).

Liceul „Decebal", Deva.

Clasa a VI-a: BĂLĂUŢĂ N. M. (VI: 950, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 60. VIII: 836, 7).

Liceul „Ion Maiorescu", Giurgiu.

Clasa a V-a: MORARU T. D. (V: 919, 20, E. G.: 757, 60).

Liceul „I. C. Brătianu", Piteşti.

Clasa a VIII-a: BĂRBULESCU C. V. (VIII: 841*).

Liceul „Sf. Petru şi Pavel", Ploieşti.

Clasa a V-a: MOŢOI ŞT. M. (V: 915, 9*, 21, 4*, 5, 6, 7, 9, 31, VI: 951, 4*, 5*, 7, 61), MOŢOI ST. R. (V: 919, 24, 5, 6, 31, VI: 954*, 7, 60, 1).

Clasa a VI-a: IOSEFESCU G. M. (VI: 949*, 50, 1*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8*, 9*, 60, 1, VII: 892, 9*, 902, 3*, 5*, 6*, 7*, 8*, 10, 2, 5, 6*, 7*, 8*, VIII: 798*, 800, 13*, 7, 8, 21*, 2*, 3*, 8*, 31*, 2*, 6).

Liceul „Radu Greceanu", Slatina-Olt.

Clasa a VI-a: CRĂCEA I. D. (VI: 950*, 1*, 2, 3*, 4*, 5*, 6*, 7, 8, 9*, 60, 1, 2*, 3*).

Liceul „Tudor Vladimirescu", Târgu-Jiu.

Clasa a VII-a: BERINDEI V. C. (VII: 912, 6, 7, 8*), PĂTRĂŞCOIU N. P. (VII: 910: 6, 7, 8*).

Colegiul Naţional „C. D. Loga", Timişoara.

Clasa a VIII-a: PISANCA N. I. (VIII: 837, E. G.: 741).

EXERCIŢII PROPUSE

Soluţiile exerciţiilor propu în acest număr e primesc până la 1 Martie 1947

Clasa a III-a. *Exerc. 318.* Un om are de plătit o sumă de bani. După prima lună plăteşte o parte din datorie şi mai are de plătit $\frac{2}{5}$ din datorie. După alte două luni mai are de plătit $\frac{5}{7}$

din acest rest. După alte trei luni mai are de plătit $\frac{7}{9}$ din noul rest, iar după alte patru luni mai are de plătit $\frac{9}{10}$ din ultimul rest.

Se întreabă:

1. Ce fracție din toată datoria mai are de plătit după 10 luni.
2. Ce fracție din toată datoria a plătit în prima lună.
3. Ce fracție din toată datoria a plătit în primele două luni.
4. Ce fracție din toată datoria a plătit în ultimele nouă luni.

C. I. B.

III. 319. Un funcționar primește salariul său de lei 220.000 în bacnote de 1000 lei, 2000 lei și 5000 lei.

Să se afle câte bacnote a primit din fiecare, știind că numărul lor este respectiv proporțional cu numerele 6, 3 și 2.

E. M.

II. 320. Cineva are un capital de 600.000 lei, din care o parte o depune cu 5%, iar cealaltă cu 7% și are astfel 34.800 lei dobândă totală pe an.

Să se afle ce parte are depusă acea persoană cu 5% și ce parte cu 7%.

E. V.

Clasa a IV-a. *Exerc. 791.* Să se calculeze

$$E_1 = \frac{x+y}{x^2+xy} + \frac{y-y}{y^2+xy} - \frac{x+y}{xy}$$

$$E_3 = \frac{x+y}{x^2-xy} - \frac{x-y}{y^2-xy} - \frac{x+y}{xy}$$

și să se arate că

$$\frac{E_2}{E_1} - \frac{E_1}{E_2} = xy\,E_1E_2.$$

E. M.

IV. 792. Să se calculeze

$$E_1 = \frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{x^2}{x^2+xy} + \frac{y^2}{y^2+xy}$$

$$E_2 = \frac{x^2-y^2}{xy} + \frac{x^2}{x^2-xy} - \frac{y^2}{y^2-xy}$$

și să se arate că expresia

$$\frac{E_1E_2+1}{E_1E_2-3}$$ este un patrat perfect.

E. M.

IV. 793. Să se calculeze

$$\frac{2+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}{2-\frac{a}{b}-\frac{b}{a}} : \frac{1+\frac{a^2+b^2}{2ab}}{1-\frac{a^2+b^2}{2ab}}.$$

C. I. B.

IV. 794. Să se calculeze

$$\frac{1}{x+y-\frac{(x-y)^2}{1+\frac{x}{y}}}.$$

C. I. B.

Clasa a V-a. *Exerc. 948.* Fie

$$P(x) = 4x^3 + mx^2 + 10x + n.$$

Să se determine m și n astfel ca polinomul dat să se poată pune sub forma $P_1^2 - P_2^2$, unde

$$P_1 = x^2 + ax + 1 \quad \text{și} \quad P_2 = x^2 + bx + 2.$$

Să se rezolve apoi ecuația $P(x) = 0$.

E. M.

V. 949. Să se arate că

$$\frac{2x-1}{1-x+x^2}+\frac{2x+1}{1+x+x^2}+2x\,\frac{2x^2-1}{1-x^2+x^4}=4x^3\,\frac{2x^4+1}{1+x^4+x^8}$$

N. M.

V. 950. Să se arate că

$$\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1+x^2}+\frac{4x^3}{1+x^4}=\frac{1+2x+3x^2+4x^3+5x^4+6x^5+7x^6}{1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7}.$$

N. M.

V. 951. Să se simplifice fracția

$$\frac{xy\,(x^2+y^2)-x^4-y^4}{x^2y^2\,(x+y)-x^5-y^5}.$$

I. I. S.

V. 952. Să se afle valoarea fracției

$$\frac{\dfrac{x-a}{b+c}+\dfrac{x-b}{c+a}+\dfrac{x-c}{a+b}-3}{\dfrac{a\,(x-a)}{b+c}+\dfrac{b\,(x-b)}{c+a}+\dfrac{c\,(x-c)}{a+b}-x}$$

pentru $x=a+b+c$.

I. I.

V. 953. Se dă triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în B. Fie D mijlocul catetei BC. Să se calculeze în grade, minute și secunde unghiul CAD.

GH. B.

V. 954. In triunghiul isoscel ABC ($\overline{AB}=\overline{AC}$), fie D piciorul înălțimii din A pe BC. Perpendiculara din D pe AC este tangenta în D la cercul ABD.

N. M.

Clasa a VI-a. *Exerc. 972.* Să se determine x știind că numerele

$$ax - \frac{1}{ax} \quad , \quad a - \frac{1}{a} \quad , \quad \frac{a}{x} - \frac{x}{a}$$

sunt în progresie aritmetică.

I. I. S.

VI. 973. Să se arate că numerele

$$x = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} - a\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \quad , \quad y = \sqrt{\frac{ab}{a+b}},$$

$$z = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} - b\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}.$$

sunt în progresie geometrică.

I. I. S.

VI. 974. Să se rezolve sistemul

$$\log \sqrt[4]{x} + 2\log \sqrt[12]{y} = 0{,}25 + \log \sqrt[6]{5}$$

$$3(\log x - 1) - 2(\log y - \log 5) = 0.$$

I. I. S.

VI. 975. Să se verifice egalitatea

$$\sqrt{(7 + 3\cos 30^0)(7 + 5\cos 30^0)} - \sqrt{(7 - 3\cos 30^0)(7 - 5\cos 30^0)} = 7$$

C. I. Ț.

VI. 976. Să se verifice că

$$\frac{1}{1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{\cos\alpha \cos\beta}{\cos(\alpha - \beta)}$$

α și β fiind arce arbitrare. Sa se deducă

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}.$$

N. M.

VI. 977. Se dă

$$\sin 2x = a.$$

Să se afle liniile trigonometrice ale arcelor x, $3x$, $5x$.

E. M.

Clasa a VII-a. *Exerc. 927.* Să se arate că

$$\begin{vmatrix} -k^2 & k & 2+k^2 \\ k & -1 & k \\ 2+k^2 & k & -k^2 \end{vmatrix} = 4(1+k^2)^2.$$

N. M.

VII. 928. Să se arate că

$$\begin{vmatrix} 2\sin x - \cos x & \sin x + 2\cos x \\ 3\sin x - 4\cos x & 4\sin x + 3\cos x \end{vmatrix} = 5.$$

N. M.

VII. 920. Să se arate că

$$\begin{vmatrix} \sin\theta & \cos\theta & 1 \\ \cos\theta & \sin\theta & \sin 2\theta \\ \cos 2\theta & \sin 2\theta & \sin 3\theta \end{vmatrix} = 0.$$

N. M.

VII. 930. Fie

$$E_1 = \alpha x - \sqrt{\alpha^2 x^2 - \beta x + 1}$$

$$E_2 = \sqrt{x^2 + \alpha^2 x + \beta} - \sqrt{x^2 - \beta^2 x - \alpha}.$$

Să se determine α şi β astfel ca limitele lui E_1 şi E_2 când x tinde către $+\infty$, să fie respectiv 1 şi 10.

E. M.

VII. 931. Să se calculeze

$$\lim_{x \to a} \frac{(x-a)^m + x^m - a^m}{(x-a)^{2m} + x^{2m} - a^{2m}}.$$

C. I. B.

VII. 932. Să se calculeze

$$\lim_{x \to a} \frac{x^m + x^n + x^p - a^m - a^n - a^p}{x^{km} + x^{kn} + x^{kp} - a^{km} - a^{kn} - a^{kp}}.$$

C. I. B.

VII. 933. Să se calculeze

$$\lim_{x \to a} \frac{\sqrt[m]{x^n} - \sqrt[m]{a^n}}{\sqrt[n]{x^m} - \sqrt[n]{a^m}}.$$

C. I. B.

Clasa a VIII-a. *Exerc. 852.* Fie ecuaţia

$$x^4 - 3x^3 - ax^2 + bx - a^3 = 0.$$

Să se determine a şi b şi să se rezolve ecuaţia, ştiind că admite pe 2 ca rădăcină dublă.

E. M.

VIII. 853. Fie A, B, C trei puncte pe o dreaptă; A′ conjugatul armonic al lui A faţă de B, C; B′ conjugatul lui B faţă de C, A; C′ conjugatul lui C faţă de A, B. Avem relaţia

$$\frac{1}{\overline{AA'}} + \frac{1}{\overline{B'B}} + \frac{1}{\overline{CC'}} = 0.$$

N. M.

VIII. 854. Se dau dreptele

$$(D_1) \equiv x - y\sqrt{3} + 1 = 0$$
$$(D_2) \equiv x\sqrt{3} - y - 1 = 0.$$

Să se scrie ecuaţia simetricei lui D_1 faţă de D_2 şi apoi a lui D_2 faţă de D_1. Se cer coordonatele punctului de intersecţie al acestor drepte. Din rezultatele obţinute să se tragă concluzii.

I. I. S.

VIII. 855. Dreptele de ecuaţii

$$(a - b)x + (b - c)y + c - a = 0$$
$$a(b - c)x + b(c - a)y + c(a - b) = 0$$
$$a(ab - c^2)x + b(bc - a^2)y + c(ca - b^2) = 0$$

sunt concurente.

I. I. S.

VIII. 856. Dreptele

$$\begin{vmatrix} x & x_1 & x_2+x_3+x_4 \\ y & y_1 & y_2+y_3+y_4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

şi analoagele, deduse din permutarea indicilor, sunt 4 drepte concurente.

N. M.

VIII. 857. Considerăm punctele A (1, 2) şi B (5, 4), M fiind un punct mobil pe axa Ox, MA taie bisectoarea unghiului xOy în N şi BN taie pe Oy în P. MP trece printr'un punct fix situat pe AB.

N. M.

VIII. 858. Prin punctele A $(-1, 0)$ şi B $(2, 0)$ trec dreptele mobile Δ_1 şi Δ_2 care se intersectează în M.

Dacă unghiul din M este de 45^0, să se afle locul geometric al centrului de greutate şi al ortocentrului triunghiului ABM.

E. M.

VIII. 859. Fie dreptele

$$(AB) \equiv (a-b)x + (a+b)y - a^2 - b^2 = 0$$

$$(AC) \equiv ax + by - {}^2 - b^2 = 0$$

$$(BC) \equiv bx - ay + a^2 + b^2 = 0$$

unde a şi b sunt doi parametri variabili. Se cere locul geometric al centrului cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că

$$AC + BC = 8m.$$

M. E

VIII. 860. Se dau în plan unghiul xOy şi un punct fix F. O dreaptă Δ se roteşte în jurul lui F şi taie pe Ox şi Oy în A B.

Paralela din B la o direcţie fixă Δ' taie pe OA în M. Să se demonstreze că intersecţia P a lui FA cu paralela din M la OF descrie o dreaptă Δ_p.

GH. B.

Exerciţii Generale. *E. G. 772.* M şi N fiind două numere pitagorice, numărul

$$(4\,M + 3\,N)^2$$

este o diferenţă de două patrate.

C. I. B.

E. G. 773. Suma cuburilor a 3 numere consecutive, primul fiind impar, este divizibilă cu 12.

C. I. B.

E. G. 774. Suma a trei numere consecutive este divizibilă cu 3, dar suma patratelor lor nu este divizibilă cu 3.

C. I. B.

ERATA. La ex. V. 938, rândul al treilea, ultimul termen din prima paranteză este $b_2\,\alpha_2\,\beta_2$.

La ex. V. 941, al treilea + trebue înlocuit cu = (egal).

La ex. VI. 966, suma este 38.

La ex. VI. 967, produsul este 455.625.

La ex. E. G. 766, ultimul rest parţial este 2.244.

INSTRUCŢIUNI

a) Soluţiile exerciţiilor se vor scrie cu cerneală, pe sferturi de coală. Dacă va fi nevoie de mai multe foi pentru soluţionarea unui exerciţiu, ele se vor coase sau lipi în partea stângă. Figurile ce vor fi necesare pentru urmărirea exerciţiului se vor construi îngrijit.

Nu se vor trimite soluţiile mai multor exerciţii pe aceeaşi foaie.

b) Redactarea soluţiilor se va face astfel:

Sus, se va scrie numărul exerciţiului, dedesubt enunţul astfel cum est publicat în revistă, cu iniţialele propunătorului, apoi soluţia clar compusă, iar la sfârşit, iscălitura rezolvitorului în ordinea următoare:

Numele de botez complet, iniţiala părintelui, numele de familie, urmat de clasa şi şcoala pe care o urmează.

c) Nu se vor lua în considerare soluţiile iscălite de 2 sau mai mulţi corespondenţi, nici soluţiile exerciţiilor propuse la clase inferioare aceleia în care se află corespondentul.

d) Soluţiile se primesc timp de 3 luni dela propunerea exerciţiului, numai dela abonaţii „Suplimentului cu Exerciţii" al Gazetei Matematice, pe adresa Casa Gazeta Matematică, ING. C. IONESCU-ŢIU, Calea Griviţei 158, Bucureşti 2.

Drepturile de reproducere rezervate Societăţii «Gazeta Matematică».

MONITORUL OFICIAL ȘI IMPRIMERIILE STATULUI
IMPRIMERIA NAȚIONALĂ, BUCUREȘTI 1946

C. 39.646